

## LISREL およびその感度分析の能力適性検査への適用

Application of LISREL and its Sensitivity Analysis to the Data  
Obtained with Aptitude Test

(1993年4月7日受理)

福 森 護  
Mamoru Fukumori

Key words: LISREL, 感度分析, 情報処理適性検査

## 1. はじめに

脇本, 平井, 福森<sup>1)</sup>は, 能力の一面として, 情報処理能力というものを想定し, 表1に示されるような16の項目から構成される能力テストを作成した。

表1. 情報処理適性検査の検査項目

No	項目群	検査内容	問題数, 時間
①	対応	ひらがなと数字の対応表を見ながら文字をコードに変換する。	30問, 2分
②	配列訂正1	2組の数字・文字列を比較し, 一致していない箇所を見つける。	40問, 2分
③	配列訂正2	2組の記号・図形列を比較し, 一致していない箇所を見つける。	40問, 2分
④	探索1	10個の英文字列と9個の英文字列を比較し, 抜けている文字を検索する。	20問, 2分
⑤	探索2	10個の記号列と9個の記号列を比較し, 抜けている記号を検索する。	20問, 2分
⑥	推理1	数列のルールを見つける。	20問, 2分
⑦	推理2	文字列のルールを見つける。	20問, 2分
⑧	図形	示された図形を右に90度回転させた図形を描く。	10問, 2分
⑨	記憶	示された文字・図形を記憶し, 質問に答える。	3問, 50秒
⑩	ルール	与えられたルールに従って, ある図形がどのように変化するか答える。	20問, 3分
⑪	判定・識別	与えられたルールに従って, ある図がどの出口になるかを判定する。	30問, 2分
⑫	組み合わせ	分解された漢字を組み合わせてもとの漢字を作る。	20問, 3分
⑬	パターン認識	同じパターンの図形を探す。	3問, 1分10秒
⑭	真偽	ある条件のもとで, 問題の文章が成り立つかどうか答える。	7問, 5分
⑮	三段論法	三段論法が成り立つかどうか答える。	10問, 5分
⑯	問題解決	種々なタイプの問題を解く。	7問, 20分

福森<sup>2), 3)</sup>は, この検査から得られたデータに対して, 共分散構造分析のひとつである LISREL を適用し, 能力の構造モデルの構築を試みた。

本研究では, LISREL によって得られたモデルに対して, 感度分析を適用することにより, モデルの改良を試みるとともに, この種のデータにおける LISREL および感度分析の有効性について検討することを目的とする。

## 2. 感度分析の適用

LISREL によって得られたモデルに対して感度分析を適用する。

感度分析の目的は、推定されたパラメータや適合度指標などの分析結果に対して、一つ一つの観測値がどのような影響を及ぼしているかを調べることである。感度分析を行うことによって、得られた最終モデルに対して影響力の大きい観測値を探し出し、それらの数個の観測値を取り除いた場合に最終モデルの推定結果がどのように変化するかを調べることが可能になる。変化が大きければ、それらの観測値を含めるかどうかを検討する必要がある。一方、変化が小さければ、最終モデルは安定したモデルであるということができる。

Tanaka, Watadani and Moon<sup>4)</sup>, Tanaka and Watadani<sup>5)</sup>, Tanaka, Watadani and Inoue<sup>6)</sup> は、共分散構造分析、およびその特別の場合に相当する LISREL モデルのパラメータ  $\theta$  に対する影響関数を導いた。各観測値が分析結果の種々の側面に与える影響の大きさを示す指標としては、

- (1) Cook の距離 (CD ; パラメータ推定値への影響の大きさを表す)
- (2) 一般化分散の比率 (CVR ; パラメータの推定精度への影響の大きさを表す)
- (3) 適合度統計量の差 ( $\Delta x^2$  ; 適合度への影響の大きさを表す)

などが考案されている。

感度分析の一般的な手順は、以下のようにまとめることができる。

Step.1 推定パラメータに対する影響関数を求める。

Step.2 EIF のベクトルを、推定パラメータ  $\theta$  自身に対する影響を示すスカラー量の指標に集約する。また、その指標を元に、影響の大きい観測値を見つける。

Step.3 複数個の観測値のサブセットによる影響がサブセットに属する一つずつの観測値の影響の和で近似されることを用いて、主成分分析などの多変量解析の手法を利用して、それぞれに影響が大きく、なおかつ互いによく似た影響パターンをもつ観測値のサブセットを見つける。

Step.4 1つの観測値、または観測値のサブセットの影響を確認するために、実際に観測値を取り除いた場合を再度計算する。

経験影響関数 EIF, CD, CVR,  $\Delta x^2$  の計算式は以下の通りである。また、LISREL の場合には、GFI や RMR に対する経験影響関数も直接計算できる。

経験影響関数 (EIF) :

$$EIF(z_i; \hat{\theta}) = - \left[ \frac{\partial^2 G(s, \hat{\theta})}{\partial \theta \partial \theta^T} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial^2 G(s, \hat{\theta})}{\partial \theta \partial s^T} \right] EIF(z_i; \underline{s})$$

ただし、

$$\underline{s} = \text{vech}(S)$$

$$EIF(z_i; \underline{s}) = \text{vech} \{ (z_i - \bar{z})(z_i - \bar{z})^T - S \}$$

$$G = G(S, \Sigma(\theta)) = G(\underline{s}, \theta)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 G}{\partial \theta_i \partial \theta_j} &= \text{tr} \left[ \Sigma^{-1} \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_i} \Sigma^{-1} \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_j} \right] - 2 \text{tr} \left[ \Sigma^{-1} \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_j} \Sigma^{-1} (\Sigma - S) \Sigma^{-1} \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_i} \right] \\ &\quad - \text{tr} \left[ \Sigma^{-1} (\Sigma - S) \Sigma^{-1} \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right] \\ \frac{\partial^2 G}{\partial \theta_i \partial s_{jk}} &= \text{tr} \left[ \Sigma^{-1} E_{jk} \Sigma^{-1} \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta_i} \right] \end{aligned}$$

$E_{jk}$  ( $j, k$ ) 要素と ( $k, j$ ) 要素が 1 で、それ以外の要素は 0 の ( $p \times p$ ) 行列  
標準化 Cook の距離：

$$CD = (n - 1)^{-2} EIF(\underline{z}_i; \hat{\theta}) \left[ \text{acov}(\hat{\theta}) \right]^{-1} EIF(\underline{z}_i; \hat{\theta})$$

ただし、

$$\text{acov}(\hat{\theta}) = \frac{2}{n} \left[ \frac{\partial^2 G(S, \Sigma(\hat{\theta}))}{\partial \theta \partial \theta^T} \right]^{-1}$$

COVRATIO-like の指標：

$$\widetilde{CVR} = \frac{|\text{acov}(\hat{\theta}_{(i)})|}{|\text{acov}(\hat{\theta})|}$$

ただし、 $\hat{\theta}_{(i)}$ ：EIF を用いた 1 次近似式  
影響の適合度指標：

$$\Delta X^2 = X_{(i)}^2 - X^2 = (n - 1)G(S_{(i)}, \Sigma(\hat{\theta}_{(i)})) - nG(S, \Sigma\hat{\theta})$$

LISREL モデルの適合度の指標とそれらへの影響：

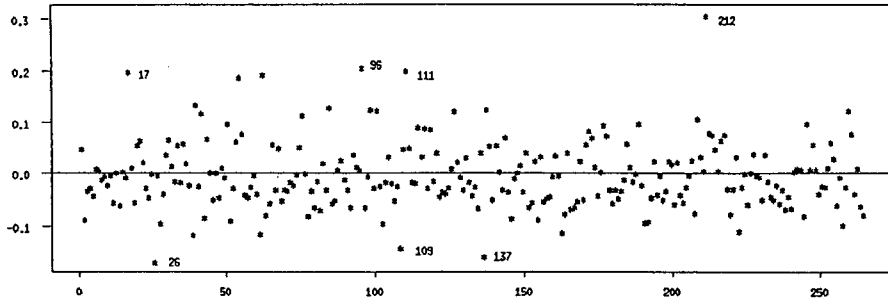
$$EIF(\underline{z}_i; RMR) = \frac{1}{RMR} \frac{2}{p(p+1)} \sum_{i=n}^p \sum_{j=1}^i (\hat{\sigma}_{ij} - s_{ij}) (\hat{\sigma}_{ij}^{(1)} - s_{ij}^{(1)})$$

$$EIF(\underline{z}_i; GFI) = \frac{2 \text{tr}[(\hat{\Sigma}^{-1} S - I)^2]}{\{\text{tr}[(\hat{\Sigma}^{-1} S)^2]\}^2} \text{tr}[\hat{\Sigma}^{-1} S (\hat{\Sigma}^{-1} S^{(1)} - \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\Sigma}^{(1)} \hat{\Sigma}^{-1} S)]$$

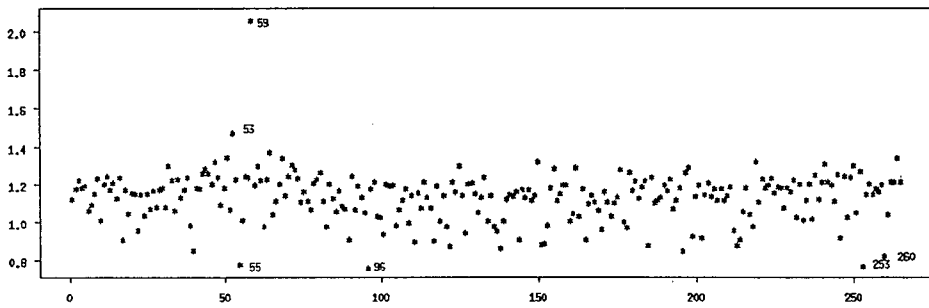
まず、本検査に感度分析を適用する最初の手順として、情報処理能力のデータの、最終モデルの推定パラメータに対する経験影響関数を求めた。次に、CD, CVR, GFI, RMR の指標を求めた。図 1 は、それぞれの指標のインデックスプロットである。

これらのプロットから、推定結果に対して、他の観測値に比べて相対的に大きな影響を与えているいくつかの観測値(観測値番号 17, 55, 59, 255 など)があることがわかる。そこで、Step. 3 として、影響の類似性を検討するために、全パラメータに対して得られた EIF の主成分分析を行った。第 5 主成分までの結果から、影響のパターンが似ている 5 つの観測値の部分集合 (Influential subsets) を見いだすこ

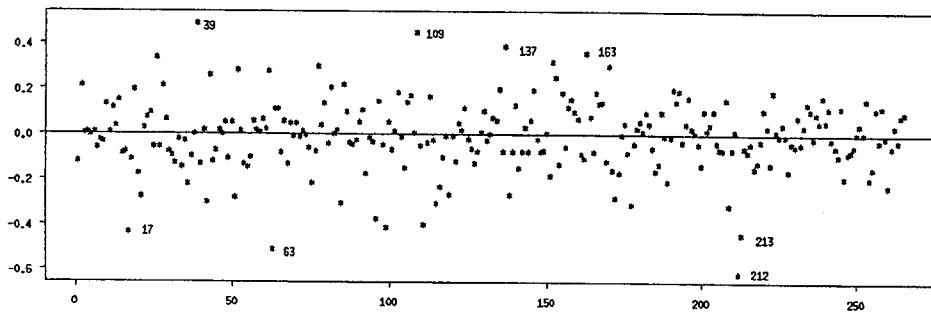
[GFI]



[CD]



[RMR]



[EIF]

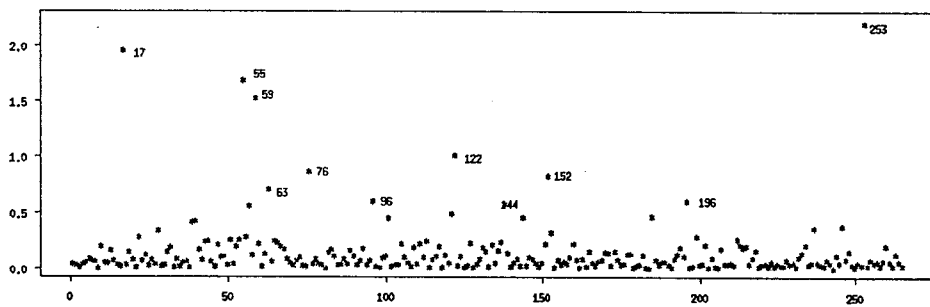


図1. CD, CVR, GFI, RMRのプロット

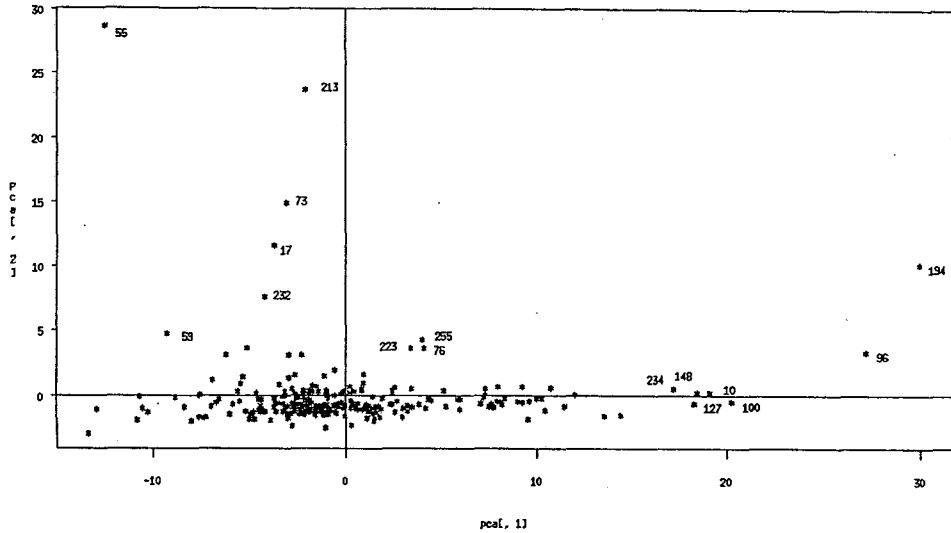


図2. 主成分分析の第1主成分と第2主成分のプロット

とができた。それらの部分集合は、A (96, 194), B (17, 55, 73, 213), C (39, 59, 68, 89), D (59), E (122, 253)の5つである。第1主成分と第2主成分のプロットを図2に示す。

この5つの部分集合それぞれについて、部分集合に属する観測値を観測値全体から落として、最終モデルを適用して LISREL で分析を行った。この結果、適合度係数は、部分集合 B (17, 55, 73, 213)の観測値を落とした場合に0.947と最も高い値になり、部分集合 C (39, 59, 68, 89)及び部分集合 E (122, 253)を落とした場合に0.943と小さい値になった。

そこで、部分集合 B を落として再度 LISREL で分析を行った。その結果を見ると、モデル全体の適合度は良くなっているが、モデルに取り入れていないパラメータに対する修正係数のうち、「配列訂正1」－「言語処理」、「図形」－「スピード」、「問題解決」－「言語処理」に関して、6.404, 9.098, 6.480という値が得られた。このため、「配列訂正1」－「言語処理」、「図形」－「スピード」、「問題解決」－「言語処理」の係数をそれぞれ推定パラメータとして取り込み、モデルを修正して、再度 LISREL による分析を行った。分析の結果、「配列訂正1」－「言語処理」、「図形」－「スピード」のそれぞれのパラメータをモデルに取り入れた場合、それぞれ取り入れたパラメータの推定値が負になるという状況が発生したため、モデルに取り入れるのは適当ではないと判断した。「問題解決」－「言語処理」をモデルに取り入れた場合、モデルの適合度係数は0.949と高い値を示した。この時の LISREL の結果から、「問題解決」－「言語処理」のパラメータ推定値の方が、「問題解決」－「視覚処理」のパラメータ推定値よりも値が大きくなるのがわかる。このことから、「問題解決」－「言語処理」のパラメータの方が、「問題解決」－「視覚処理」のパラメータよりも有効であると考えることができる。以上の結果から、「問題解決」－「言語処理」のパラメータをモデルよりはずし、新たに「問題解決」－「視覚処理」のパラメータを取り入れ、再度全観測値に対して LISREL を適用した。その結果、適合度係数は、0.946となり、わずかに0.001ではあるが高い値を示した。表2に、このモデルの分析結果を示す。

表 2. 最終モデルの LISREL の分析結果

【分析結果 (推定値・t 値・修正係数)】

$\Delta X$  (ブランクは0.000)

項 目	スピード			視覚処理			言語処理			$\theta\lambda$
	推定	t 値	修正	推定	t 値	修正	推定	t 値	修正	
対応	.663	11.463				.187			.080	.560
配列訂正 1	.774	14.132				2.752			6.316	.400
配列訂正 2	.785	14.406				1.010			.523	.384
探索 1	.585	9.794				.129			.591	.658
探索 2	.680	11.841				.761			4.177	.538
推理 1	.325	3.104		.381	3.548				.963	.562
図形			6.621	.661	10.957				4.665	.564
記憶			.413	.420	6.472				.045	.824
ルール			.001	.624	10.215				4.255	.611
判別・認識			2.674	.614	10.017				.101	.623
パターン認識			3.608	.506	7.976				.138	.744
問題解決			.755			1.547	.610	9.822		.628
組み合わせ			.186			.158	.634	10.294		.598
推理 2			1.435			.041	.610	9.824		.628
真偽			.655			2.259	.578	9.209		.666

【モデル全体の適合度の指標】

決定係数 .948

カイ 2 乗値

自由度 86      カイ 2 乗値 115.28      確率水準 0.019

適合度指標 0.946

自由度調整済み適合度指標 0.925

ROOT MEAN SQUARE RESIDUAL 0.040

### 3. 考 察

本研究では、モデルの構築を行う際に一般に用いられている探索的因子分析に加え、共分散構造分析の一つである LISREL およびその感度分析を用いることで、モデルとデータの両面から能力の構造モデルの構築を目指した。LISREL を適用した結果、探索的因子分析で作られたモデルと比べて、若干ではあるが適合度が高いモデルが構築されたが、さらに感度分析を適用することにより、より適切なモデルの構築が可能になることが示された。

一方、本研究に関していくつかの課題や問題点が残された。まず第 1 点は、適切なモデルを評価するための基準の問題である。今回は適合度指数を基準にして、その値が高くなるようにモデルを構築したが、適合度指数のみでモデルの評価を行うことが適切であるかということに関して再検討する必要がある。

ろう。

第2の問題は、パラメータのモデルへの組み込みの過程において、推定値が負の値になった場合の解釈の問題である。今回のような検査の場合、あるパラメータを取り入れることで、全体の評価に負の効果を持つことは考えられないため、これがモデルの問題であるのか、手法のアルゴリズムの問題か、またはデータの問題であるのか今後十分に検討する必要がある。

またその他にも、モデルに用いる項目の選択に関する方法論の検討などいくつかの課題や、問題点が残った。特に、今回の場合、学力・性格・価値観・嗜好性などの要因をモデルに組み込むことは心理学的にも意義のあることといえよう。

今後、以上のような課題・問題点を検討し、さらに進んだモデルの構築およびモデル構築の方法論の確立を目指していきたいと考えている。

## 参 考 文 献

- 1) 脇本和昌, 平井安久, 福森護(1986) 情報処理適性検査 三晃書房
- 2) 福森護(1992) LISRELモデルによる情報処理能力の解析 中国短期大学紀要 第23号
- 3) Fukumori,M. (1992) Statistical Analysis of the Data Obtained with an Aptitude Test:Application of LISREL and its Sensitivity Analysis. Honolulu Conference on Computational Statistics.
- 4) Tanaka,Y., Watadani,S. and Moon,S.H. (1991) Influence in covariance structure analysis:With an application to confirmatory factor analysis. *Comm, Statist.*, A20, 3805-21.
- 5) Tanaka,Y. and Watadani,S. (1992) Sensitivity analysis in covariance structure analysis with equality constraints. *Comm, Statist.*, A21, 1501-15.
- 6) Tanaka,Y., Watadani,S. and Inoue,K. (1992) Sensitivity analysis in structural equation models. (To appear in COMPSTAT 1992, Physica-Verlag.)